

圆锥齿轮行波共振应力响应仿真计算

东北工学院

韩二中 郭星辉 颜世英 张日辉

摘 要

文中叙述了圆锥齿轮行波振动和行波共振的概念。利用圆柱直齿轮齿间啮合力的形状函数,组织了圆锥齿轮行波共振的仿真激励函数。算出了圆锥齿轮的二、三节径行波共振应力响应。算出的应力响应幅值与实测值比较一致。

一、前 言

行波共振现象对燃气轮机轮盘有相当的危害性,必须防止。高速圆锥齿轮也会产生复杂的行波共振,致使齿轮小端沿圆周方向产生很大的波动应力,造成圆锥齿轮早期疲劳断裂。由于圆锥齿轮转速高,测量难度较大;又因安装条件对测试结果影响显著,不易测得稳定结果。因此,研究计算圆锥齿轮行波共振应力响应的方法很有必要。本文提出的计算圆锥齿轮行波共振应力响应的方法,同样可以用来计算燃气轮机轮盘的行波、驻波等应力响应问题。

二、圆锥齿轮的行波振动与行波共振

具有中心轴不转动的圆盘,有如下几种固有振型:节圆型振型、节径型振型和既有节圆又有节径的复合振型。不转动的圆锥齿轮其弯曲振动也具有这几种振型。实践证明,当节径型振型的频率落于圆锥齿轮的工作转速之内时,很容易被激起二、三、四节径的行波共振。

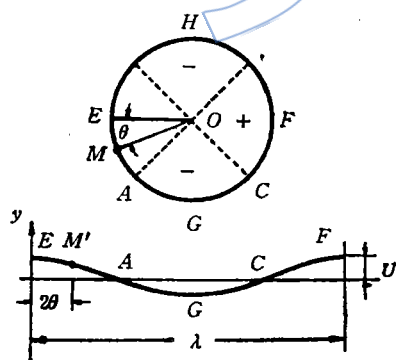


图1 二节径振型沿圆周展开

因为圆锥齿轮对转动轴有中心对称性,不转动锥齿轮的节径型固有振动,可以分解为两个彼此反方向运行的波动。以二节径固有振动为例,图1为半径等于1的不转动圆锥齿轮,上半图为其二节径弯曲振型,下半图表示此振型沿下半周边区的展开曲线。假设曲线是正弦形,其振幅为 U 。取齿轮上一条固定直线 OE 为参考,轮缘上任意点 M 的位置用 θ 角表示,于是在展开曲线上与之对应的 M' 点其相位差角将是 2θ (2 是节径数,对 m 个节径振型的展开曲线,相位角将是 $m\theta$)。设固有圆频率等于 ω_2 (m 节径振型的圆频率等于 ω_m),于是 M 点垂直于轮面方向的固有振动方程式,可写成

$$y = U \cos 2\theta \cos \omega_2 t \quad (1)$$

按三角函数展开得:

$$\begin{aligned} y &= (U/2) [\cos(\omega_2 t + 2\theta) + \cos(\omega_2 t - 2\theta)] \\ &= (U/2) [\cos\omega_2(t + \theta/v') + \cos\omega_2(t + \theta/-v')] \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式表示沿轮周边诸点的二节径固有振动分解成为两个反方向运行的二节径固有振型的波动。其中: $U/2$ 为波动的幅值; ω_2 为波动的圆频率, 等于二节径振型的固有圆频率。于是, 波动周期 $T = 2\pi/\omega_2$; λ 为波长, 等于圆周长除以节径数 m (当 $m = 2$ 时, $\lambda = 2\pi r/2$); v 为沿直线传播的波速 $v = \lambda/T$, 于是沿圆周传播的波动角速度 $v' = v/\gamma = \omega_2/2$ (对 m 节径振型 $v' = \omega_m/m$)。

于是, 当考虑由 0 到 γ 轮面上诸点, 二节径固有振动 (有二固定节线), 可分解为两个以角速度 v' 反方向转动的扇形波动 (有二对反向转动的节线)。这时, 波峰及波谷要经过圆盘上的每个点, 二节径固有振动转化为波动后, 应按波动概念加以分析。

当圆锥齿轮以转速 n 按正方向转动时, 原来相对固定锥齿轮的波动角速度 $\pm v'$, 由于锥齿轮转动的牵连角速度 $\omega = 2\pi n/60$, 使得正方向波动角速度对固定坐标系增加 ω , 成为前行波角速度 ω_F ; 反方向的波动角速度减少 ω , 成为后行波角速度 ω_B , 分别写成:

$$\omega_F = (\omega_2/2) + \omega, \quad \omega_B = (\omega_2/2) - \omega \quad (3)$$

这时的前、后行波合成后, 相当于一个以匀角速度 ω 转动的锥齿轮, 按二节径振型和频率做固有振动, 节径以角速度 ω 转动。

在确定前、后行波 f_F 、 f_B 的频率时, 除了要相对于锥齿轮的波动圆频率 $\omega_m = 2\pi f_m$ 外, 还须注意到锥齿轮每旋转一周相当转过 m 个波长 λ , 等于 m 次波动。于是, 对固定坐标系:

$$f_F = f_m + mn/60, \quad f_B = f_m - mn/60 \quad (4)$$

式中 f_m 为锥齿轮对应 m 节径振型的动频, $mn/60$ 为每秒的转数引起波动频率的改变量。

运转中的圆锥齿轮, 啮合力相当于激振力。当啮合力的频率与锥齿轮某波动频率重合时, 将引起锥齿轮的行波共振。这时, 另一个反方向的行波振动没有外界激励将自由衰减, 两个波动不再能合成为转动锥齿轮的节径型振型的固有振动, 形成行波共振。

三、圆锥齿轮行波共振的仿真计算

圆锥齿轮齿间的啮合力呈空间分布, 为简化起见视为集中力, 按正常工作时的传递扭矩能算出集中啮合力 F , 其垂直于盘面方向的分力 F_y 能激起圆锥齿轮弯曲方向的行波共振。圆柱齿轮齿间啮合力的形状理论上有如图 2(a) 的形式。现简化为图 2(b) 的形状。

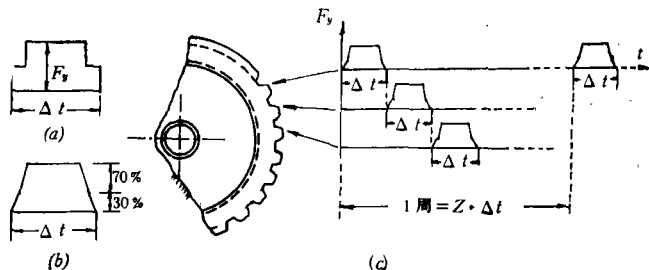


图 2 啮合力函数及仿真激励函数

行波共振的条件是齿间啮合频率等于锥齿轮的行波共振频率, 可以写成:

$$kZn/60 = f_m \pm mn/60 \quad (5)$$

式中: k 为谐波系数, 视啮合力函数的形状而定, 一般低次谐波力的幅值最大, 常取 $k = 1$ 。 Z 为圆锥齿轮的齿数; n 为圆锥齿轮的每分钟转数。从 (5) 式, 可以解出行波共振转速:

$$n_F, (n_B) = 60f_m / (kZ \mp m) \text{rpm} \quad (6)$$

从 (6) 式, 可以解出行波共振转速时, 一对轮齿相互啮合的时间间隔:

$$\Delta t_F, (\Delta t_B) = (kZ \mp m) / Zf_m \quad (7)$$

取 $k = 1$, 由 F 算出 F_y 由 (7) 式算出 Δt , 便得到图 2(b) 所示的啮合力函数。今假设单齿啮合, 啮合力作用于每个齿端节圆的一个点上。因为, 啮合力是在近似固定的啮合位置作用于行波共振转速的从动圆锥齿轮上。由运动相对性原件, 将啮合力按行波共振转速逐次移动地施加于不转动圆锥齿轮的每个齿上的情况则完全一样。图 2(c) 画出了仿真的行波共振激励函数的作用时序。

应用通用 SAP5 线弹性结构分析程序动力部分的强迫响应功能, 将仿真激励函数, 按给定速度, 施加于轴部多约束而不转动的锥齿轮上, 便可算出行波共振应力响应。

仿真激励函数数据较多, 具有重复性, 容易由程序实现。为此编写了预处理程序。SAP5 程序的强迫响应功能中, 激励力可施加在结构上的任意点, 加力时间和顺序能够人为控制, 正好满足施加仿真激励函数的要求。但因 Δt 数值很小且位数多, 应对 SAP5 程序中相应的数据输入格式做些修改。

四、数值例题及结果验证

对某圆锥齿轮, 先用 SAP5 程序算出前 18 阶固有频率并画出相应振型。其二节径固有静频率 $f_2 = 2851.4 \text{Hz}$ 。齿数 $Z = 24$ 。按正常传递扭矩算出齿间啮合力垂直轮面的分量 $F_y = 500 \text{N}$ 。由公式 (6) 和 (7) 计算出二节径前行波共振转速和在这个转速下一对齿啮合的时间间隔:

$$n_F = 7776.54 \text{rpm}, \Delta t_F = 0.00032148 \text{sec}$$

由于齿轮半径小, 离心力对其固有频率影响不大, 实测也表明动频接近等于静频。于是按上节方法可组织仿真激励函数。

众所周知, 阻尼对强迫共振响应的峰值影响显著, 峰值与阻尼比 ζ 成反比。阻尼对行波共振响应也会有某些影响, 必须考虑。这里的模态阻尼比值是在实验室模拟两齿轮啮合状态下, 应用锤击法激振, 用 HP-5423 分析得到的, 先取 $\zeta = 0.008$ 。

利用计算强迫响应再起功能, 算出了图 3 中所示位于锥齿轮上 4 个点的应力响应曲线, 应力响应曲线见图 4。

下面几点可以说明计算机打印的应力响应曲线确实是二节径前行波应力响应曲线。

1. 由图 4 可见全部应力响应曲线都是简谐振动;
2. 谐振动的频率。先从打印的时标算出周期 T , 再求倒数, 得 $T = 0.000345 \text{sec}$; $f_2 = 1/T = 2898 \text{Hz}$ 。与算出的固有频率相比, 误差仅为 1.6%, 是由于测量打印曲线引起的误差。说明

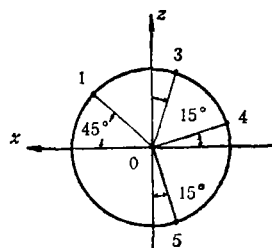


图 3 打印应力点的位置

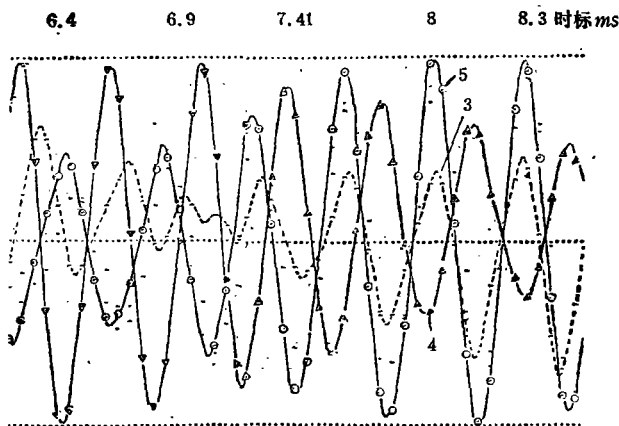


图 4 计算机打印的应力响应曲线

正是二节径振型的波动频率；

3. 每瞬时的振型。图 3 中 3 点和 5 点的应力响应曲线，在图 4 中每一瞬时是同相位，且与 4 点的应力响应曲线反相位。这表明每瞬时轮缘上各点组成二节径振型，正是二节径波动。

4. 波动角速度。将 5 点的应力曲线看成是由 4 点的应力曲线波动行走而来，从打印时标算出 4、5 点应力曲线峰值间的时间差 $\Delta t_{4.5} = 0.000177 \text{ sec}$ 。图 3 中齿轮上 4、5 点间角度差 $\theta_{4.5} = \pi/2$ ，于是波动角速度

$$v' = \Delta \theta_{4.5} / \Delta t_{4.5} = 8874 \text{ rad/sec}$$

与计算值相对误差为 1%。

计算得到的应力幅值分别为 112, 66.0, 103.0 和 105 MPa 平均峰值应力 $\sigma_r = 96.5 \text{ MPa}$ 。这与沈阳航空发动机研究所实测值比较一致。于是，一个难于实测的行波共振应力响应问题，能够用计算机仿真方法算出。

利用上述方法我们研究了模态阻尼比对行波应力响应的影响。从这个圆锥齿轮的自由振动模态试验得知，各阶模态阻尼比 ζ 的值是在 0.0004 到 0.0008 之间。模拟啮合状态下的 ζ 介于 0.002 到 0.009 之间。现在取 $\zeta = 0.0008$ 重新计算二节径前行波应力响应，结果图 3 所示各点应力响应的峰值等于原来计算的 1.5 倍。按强迫共振理论，模态阻尼比的值减少十倍，应力响应峰值应增大十倍。这里只增大至 1.5 倍，说明波动运动时材料内部和接触阻力消耗的能量较多。即行波共振对构件的危害性并没有强迫共振那样严重。

(责任编辑 李其汉)

PHOTOELASTIC STRESS ANALYSIS OF A BEVEL GEAR

Dong Benhan and Gao Pengfei

(Shenyang Aeroengine Research Institute)

Abstract

The three-dimensional photoelasticity method is used to analyze the stress distribution in the bevel gear under torsional moment and centrifugal load. The results show that the stress distributions in roots of the bevel gear are different under respective loads. According the results and the comprehensive vibration test data, it can be concluded as follows: 1. The cracks at the nothes of the bevel gear teeth are not caused by starting torque. 2. At high gearing speed the combined stresses of centrifugal load and resonance vibration at the notches are the main cause for the catastrophic failure of the bevel gear.

SIMULATING CALCULATIONS FOR STRESS RESPONSES OF TRAVELLING WAVE RESONANCE IN BEVEL GEAR

Han Erzhong, Gou Xinhui, Yan Shiyong, Zhang Rihui

(Northeastern University of Technology)

Abstract

The formulae of travelling wave resonance in a bevel gear are derived by a simplified method. Emphasis is put on the difference of physical meanings between travelling wave resonance and forced vibration resonance. The function simulating the exciting force in bevel gear is formulated by analogy of meshing force of two straight tooth gears. And then, the stress responses of travelling wave resonances of two and three nodal diameters in the bevel gear may be calculated by FEM. It is proved that the stress response curves plotted by computer is just the curves of travelling wave resonance of two nodal diameters mode wave motion. The calculated results coincide with the experimental data. The method provided gives more convenience to obtain stress data only by calculation rather than by complicated experimental method.